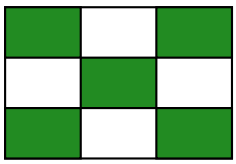
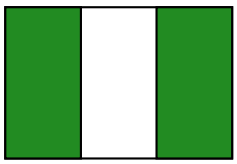
Brüche vergleichen - Gemischte Übungen

Aufgabe 1: Schau dir die Figuren an.

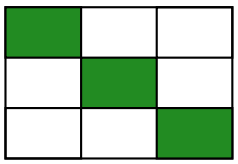
(1)



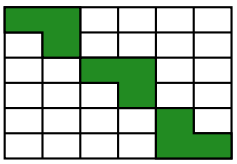
(2)



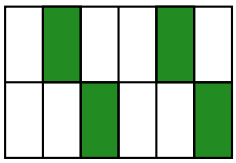
(3)



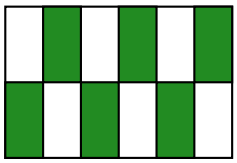
(4)



(5)

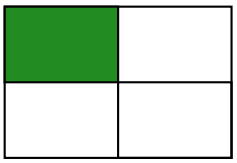


(6)



(7)

(8)



a) ★ Welcher Anteil bei **(1)** bis **(8)** ist grün gefärbt? Welcher Anteil ist weiß? Gib als Bruch an.

Lösung

(1) grün: $\frac{5}{9}$, weiß: $\frac{4}{9}$

(2) grün: $\frac{2}{3}$, weiß: $\frac{1}{3}$

(3) grün: $\frac{3}{9}$, weiß: $\frac{6}{9}$

(4) grün: $\frac{9}{36}$, weiß: $\frac{27}{36}$

(5) grün: $\frac{4}{12}$, weiß: $\frac{8}{12}$

(6) grün: $\frac{6}{12}$, weiß: $\frac{6}{12}$

(7) grün: $\frac{4}{6}$, weiß: $\frac{2}{6}$

(8) grün: $\frac{1}{4}$, weiß: $\frac{3}{4}$

Hier kann man sehen:

Die grüne und die weiße Fläche zusammen ergeben ein Ganzes.

Bei **(1)** z. B.: $\frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9}$ (9 von 9 = ein Ganzes).

Bei **(4)**: $\frac{9}{36} + \frac{25}{36} = \frac{36}{36}$ (36 von 36 = ein Ganzes)

b) ★★ Manche der Figuren aus **(1)** bis **(8)** geben den gleichen Anteil an, das heißt, die grüne Fläche ist gleich groß. Bestimme, bei welchen Figuren.
Tipp: Kürzen und Erweitern hilft dir, die Aufgabe zu lösen.

Lösung

Um die Aufgabe zu lösen können wir z. B. die grünen Anteile der Figur betrachten. Wir müssen prüfen, ob sich die Brüche durch Kürzen oder Erweitern ineinander umwandeln lassen.

$\frac{2}{3} \overset{2}{=} \frac{4}{6} \implies$ **(2) = (7)**

$\frac{3}{9} \overset{3}{=} \frac{1}{3}$, $\frac{4}{12} \overset{4}{=} \frac{1}{3} \implies$ **(3) = (5)**

$\frac{9}{36} \overset{9}{=} \frac{1}{4} \implies$ **(4) = (8)**

(1) und **(6)** passen zu keinem der anderen Anteile.

c)★★ Bei welchen der Abbildungen **(1)** bis **(8)** ist am meisten grün markiert? Sortiere der Größe nach.

Lösung

Für diese Aufgabe können wir die grünen Flächen in der Zeichnung vergleichen, weil alle Rechtecke gleich groß gezeichnet sind. In Teilaufgabe b) haben wir ja schon herausgefunden, welche Anteile gleich groß sind.

(4) = (8) < (3) = (5) < (6) < (1) < (2) = (7)

Wir können die Brüche auch kürzen und erweitern, sodass wir sie besser vergleichen können.

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ (je größer der Nenner, desto kleiner der Bruch)

$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ (je größer der Nenner, desto kleiner der Bruch)

$\frac{1}{2} < \frac{5}{9}$ (5 ist mehr als die Hälfte von 9)

$\frac{5}{9} < \frac{6}{9} \overset{:3}{=} \frac{2}{3}$ (je größer der Zähler, desto größer der Bruch)

Zusammen mit Teilaufgabe b) können wir sortieren:

$$\underset{(4)}{\frac{9}{36}} \overset{b)}{=} \underset{(8)}{\frac{1}{4}} < \underset{(3)}{\frac{1}{3}} \overset{b)}{=} \frac{3}{9} \overset{b)}{=} \underset{(5)}{\frac{4}{12}} < \underset{(6)}{\frac{1}{2}} \overset{6}{=} \frac{6}{12} < \underset{(1)}{\frac{5}{9}} < \underset{(2)}{\frac{2}{3}} \overset{b)}{=} \underset{(7)}{\frac{4}{6}}$$

Aufgabe 2 ★

Schreibe die Aufgaben ab. Gib an mit welcher Zahl gekürzt oder erweitert wurde.

a) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ b) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ c) $\frac{6}{8} = \frac{60}{80}$ d) $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{11} = \frac{84}{132}$ f) $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$

Lösung

a) $\frac{3}{5} \overset{3}{=} \frac{9}{15}$ b) $\frac{15}{20} \overset{:5}{=} \frac{3}{4}$ c) $\frac{6}{8} \overset{10}{=} \frac{60}{80}$ d) $\frac{14}{35} \overset{:7}{=} \frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{11} \overset{12}{=} \frac{84}{132}$ f) $\frac{25}{75} \overset{:25}{=} \frac{1}{3}$

Aufgabe 3 ★★

Beispiel: $\frac{9}{15}$ kann man mit 3, nicht aber mit 5 kürzen.

a) Gib zwei Brüche an, die man mit 6, nicht aber mit 4 kürzen kann.

Lösung

z. B. $\frac{6}{18}$ und $\frac{6}{30}$ (es gibt viel mehr Möglichkeiten).

b) Gib zwei Brüche an, die man mit 5, nicht aber mit 3 kürzen kann.

Lösung

z. B. $\frac{5}{10}$ und $\frac{5}{25}$ (es gibt viel mehr Möglichkeiten).

Aufgabe 4 ★★★
Paul behauptet: „Erweitern kann man jeden Bruch. Kürzen aber nicht."
Hat Paul Recht? Nimm Stellung zu Pauls Behauptung und begründe mit Beispielen.

Lösung

Paul hat Recht. Beim Erweitern muss man den Zähler und den Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren. Das geht immer. Beim Kürzen muss man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl teilen. Das geht nicht immer.

Beispiel: Man kann $\frac{1}{2}$ mit jeder Zahl erweitern. Man kann $\frac{1}{2}$ aber nicht mehr kürzen, weil man 1 durch keine andere Zahl teilen kann.

Alternative Argumentation: Paul hat nicht Recht. Man kann jeden Bruch immer auch mit 1 kürzen.

Merke

Wir sagen: man kann einen Bruch nicht mehr weiter kürzen, wenn man ihn nur noch mit 1 kürzen kann und sonst mit keiner anderen Zahl.

Aufgabe 5 Suche dir zwei Brüche aus. Die Brüche sollen unterschiedliche Nenner haben.
a) ★★ Erweitere die zwei Brüche zeichnerisch auf den gleichen Nenner.

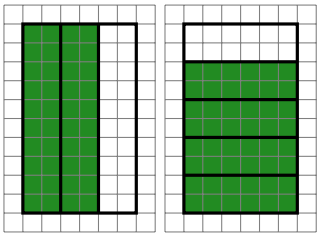
b) ★★ Erweitere die zwei Brüche rechnersich auf den gleichen Nenner. Kontrolliere: Kommt das gleiche Ergebnis wie bei **a)** heraus?

Lösung

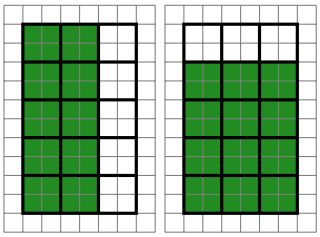
Beispiel: $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$. Mit anderen Brüchen geht es genauso. Du musst nicht alle Schritte extra zeichnen, alles in einer Zeichnung ist auch in Ordnung.

a)

Schritt 1: Brüche zeichnen.
Achte darauf, dass deine beiden Rechtecke gleich groß sind.
Hier bietet sich ein 3x5-Rechteck an (3cm breit, 5cm hoch)



Schritt 2: Weiter aufteilen.
Teile so auf, dass alle Stücke gleich groß sind.



Schritt 3: Grüne Stücke zählen und vergleichen.

Links: $\frac{10}{15}$ Rechts: $\frac{12}{15}$

Links < Rechts, also $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

Lösung

b)

$\frac{2}{3} \overset{\cdot 5}{=} \frac{10}{15}$

$\frac{4}{5} \overset{\cdot 3}{=} \frac{12}{15}$

$\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$, also $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

Aufgabe 6 Suche dir einen Schwierigkeitsgrad (★ oder ★★ oder ★★★) aus.

★ $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{9}{15}, \frac{4}{12}, \frac{30}{45}$

★★ $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{9}{15}, \frac{4}{12}, \frac{6}{10}, \frac{7}{21}, \frac{30}{45}$

★★★ $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{9}{15}, \frac{4}{12}, \frac{54}{90}, \frac{7}{12}, \frac{63}{189}, \frac{35}{60}, \frac{30}{45}$

Lösung ★:

a) Untersuche, welche der Brüche aus ★ oder ★★ oder ★★★ den gleichen Anteil beschreiben.

Lösung

Man bekommt hier die beste Übersicht, wenn man alle Brüche so weit wie möglich kürzt.

$\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ kann man nicht mehr kürzen.

$\frac{9}{15} \overset{:3}{=} \frac{3}{5}$ $\qquad$ $\frac{4}{12} \overset{:4}{=} \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{30}{45} \overset{:15}{=} \frac{2}{3}$

Also:

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$ $\qquad$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

b) Sortiere die Brüche aus ★ oder ★★ oder ★★★ der Größe nach.

Lösung

Hier reicht es, wenn wir die Brüche $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ vergleichen. Wir wissen ja aus a) schon, welche Brüche gleich groß sind. Zum Vergleichen erweitern wir so, dass beide den gleichen Nenner haben. Dann können wir die Regel anwenden: je größer der Zähler, desto größer der Bruch.

$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} \overset{\cdot 5}{=} \frac{5}{15} < \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\frac{2}{3} \overset{\cdot 5}{=} \frac{10}{15} > \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

Insgesamt: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} < \frac{3}{5} = \frac{9}{15} < \frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

Lösung ★★:

★★ $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{9}{15}, \frac{4}{12}, \frac{6}{10}, \frac{7}{21}, \frac{30}{45}$

a) Untersuche, welche der Brüche oben den gleichen Anteil beschreiben.

Lösung

Man bekommt hier die beste Übersicht, wenn man alle Brüche so weit wie möglich kürzt.

$\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ kann man nicht mehr kürzen.

$\frac{9}{15} = \frac{3}{3} \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{6}{10} = \frac{3}{2} \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{30}{45} = \frac{2}{15} \frac{2}{3}$

$\frac{4}{12} = \frac{1}{4} \frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{7}{21} = \frac{1}{7} \frac{1}{3}$

Also:

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{6}{10}$ $\quad$ $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$ $\quad$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{7}{21}$

b) Sortiere die Brüche der Größe nach.

Lösung

Hier reicht es, wenn wir die Brüche $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ vergleichen. Wir wissen ja aus a) schon, welche Brüche gleich groß sind. Zum Vergleichen erweitern wir so, dass beide den gleichen Nenner haben. Dann können wir die Regel anwenden: je größer der Zähler, desto größer der Bruch.

$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{3} \overset{5}{=} \frac{5}{15} < \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{3} \overset{5}{=} \frac{10}{15} > \frac{9}{15} \frac{3}{5}$

Insgesamt: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{7}{21} < \frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{6}{10} < \frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

Lösung ★★★:

★★★ $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{9}{15}, \frac{4}{12}, \frac{54}{90}, \frac{7}{12}, \frac{63}{189}, \frac{35}{60}, \frac{30}{45}$

a) Untersuche, welche der Brüche oben den gleichen Anteil beschreiben.

Lösung

Man bekommt hier die beste Übersicht, wenn man alle Brüche so weit wie möglich kürzt.

$\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ und $\frac{7}{12}$ kann man nicht mehr kürzen.

$\frac{9}{15} = \frac{3}{3} \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{54}{90} = \frac{9}{9} \frac{6}{10} = \frac{2}{2} \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{35}{60} = \frac{5}{5} \frac{7}{12}$

$\frac{4}{12} = \frac{4}{4} \frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{63}{189} = \frac{9}{9} \frac{7}{21} = \frac{7}{7} \frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{30}{45} = \frac{15}{15} \frac{2}{3}$

Also:

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{54}{90}$ $\quad$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{63}{189}$

$\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$ $\quad$ $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$

b) Sortiere die Brüche der Größe nach.

Lösung

Hier reicht es, wenn wir die Brüche $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{7}{12}$ vergleichen. Wir wissen ja aus a) schon, welche Brüche gleich groß sind. Zum Vergleichen erweitern wir so, dass beide den gleichen Nenner haben. Dann können wir die Regel anwenden: je größer der Zähler, desto größer der Bruch.

$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} \overset{\cdot 4}{=} \frac{4}{12} < \frac{7}{12}$

$\frac{2}{3} \overset{\cdot 4}{=} \frac{8}{12} > \frac{7}{12}$

$\frac{1}{3} \overset{\cdot 5}{=} \frac{5}{15} < \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\frac{2}{3} \overset{\cdot 5}{=} \frac{10}{15} > \frac{9}{15} \overset{:3}{=} \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} \overset{\cdot 12}{=} \frac{36}{60} > \frac{35}{60} \overset{:5}{=} \frac{7}{12}$

Insgesamt: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{63}{189} < \frac{7}{12} = \frac{35}{60} < \frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{54}{90} < \frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

Aufgabe 7 ★★★ Stimmen die Aussagen **a)** bis **d)** immer? Begründe in Worten oder gib ein Beispiel an.

a) Wenn Zähler und Nenner gerade sind, kann man den Bruch durch eine Zahl kürzen, die größer ist als 1.

Lösung

Richtig. Man kann mit 2 kürzen.

b) Wenn Zähler und Nenner ungerade sind, kann man den Bruch durch eine Zahl kürzen, die größer ist als 1.

Lösung

Das stimmt nicht immer. $\frac{3}{5}$ kann man nicht mehr kürzen (nur mit 1).

c) Es gibt einen Bruch, der kleiner ist als $\frac{1}{8}$ und größer als $\frac{1}{10}$.

Lösung

Das stimmt, z. B. $\frac{1}{9}$.

d) Zwischen $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{10}$ passt kein einziger Bruch.

Lösung

Das stimmt nicht. Z. B. $\frac{2}{19}$ passt dazwischen. Denn: $\frac{1}{9} \overset{\cdot 2}{=} \frac{2}{18} > \frac{2}{19} > \frac{2}{20} \overset{:2}{=} \frac{1}{10}$.

Quellen: Idee und Umsetzung der Original-Vorlage: Peter Weist, Neue IGS Göttingen

Autor: Felix Dippold, Neue IGS Göttingen **Stand:** 22. Februar 2021.

Die Datei darf für private Zwecke und von Lehrkräften für den eigenen Unterricht frei verwendet werden. Für alle andere Anwendungszwecke unterliegt sie der Creative-Commons-Lizenz CC BY-NC-SA 4.0.
Diese Informationen werden beim Drucken entfernt.